1ª QUESTÃO

Números palíndromos na base b são números cuja representação nesta base é simétrica, ou seja, se os seus algarismos forem lidos de trás para frente obtém-se o mesmo número. A quantidade de números naturais positivos menores ou iguais a $(377)_8$ que são palíndromos na base dois é

(A) 16 (B) 26 (C) 30 (D) 31 (E) 32

Observação: Considere que todo número não nulo na base 2 começa por 1.

Assunto: Aritmética e contagem

Solução: O número $(377)_8$ é igual a

$$3 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 192 + 56 + 7 = 255,$$

que em base dois se escreve como $(11111111)_2$. Esse é o maior número com no máximo 8 dígitos na base dois. Logo, queremos encontrar a quantidade de palíndromos positivos na base dois da forma $(a_7 a_6 \cdots a_0)_2$. Como o dígito mais à esquerda é igual a 1, então necessariamente temos $a_0 = 1$. Vamos calcular os palíndromos de tamanho k, com $k = 1, \ldots, 8$:

- $k = 1$: 1 possibilidade
- $k = 2$: 1 possibilidade.
- $k = 3$: temos que determinar apenas a_1, que dá 2 possibilidades.
- $k = 4$: temos que determinar $a_1 = a_2$, que dá 2 possibilidades.
- $k = 5$: temos que determinar a_1, a_2 (pois $a_3 = a_1$ está determinado), que dá 4 possibilidades.
- $k = 6$ temos que determinar a_1, a_2 (pois $a_3 = a_2$ e $a_4 = a_1$ estão determinados), que dá 4 possibilidades.
- $k = 7$ temos que determinar a_1, a_2, a_3 (pois $a_4 = a_2$ e $a_5 = a_1$ estão determinados), que dá 8 possibilidades.
- $k = 8$ temos que determinar a_1, a_2, a_3 (pois $a_4 = a_3$, $a_5 = a_2$ e $a_6 = a_1$ estão determinados), que dá 8 possibilidades.

O total é $2(1 + 2 + 4 + 8) = 30$.

Resposta: C

2ª QUESTÃO

Seja $f:[3,\infty)\to B$ a função definida por

$$f(x)=1+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}{\sqrt{x-1}}\right)^n,$$

onde $B=\{f(a)\,|\,a\in[3,\infty)\}$.

A soma das coordenadas do ponto pertencente ao gráfico da função inversa de $f(x)$ mais próximo do eixo das abscissas é

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3 (E) 4

Resolve

Assunto: Funções

Seja

$$q=\frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}{\sqrt{x-1}}=1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x-1}}<1.$$

Note que

$$f(x)=1+\sum_{n=1}^{\infty}q^n=1+\frac{q}{1-q}=\frac{1}{1-q}=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2}}.$$

Como o domínio de f é o intervalo $[3,+\infty)$, então

$$f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2}}\geq\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1,$$

a imagem de f é o conjunto $B=[1,+\infty)$.

Agora, se $y=f^{-1}(x)$, ficamos com $x=f(y)=\frac{\sqrt{y-1}}{\sqrt{2}}$, de modo que $f^{-1}(x)=y=2x^2+1$, sendo $f^{-1}:[1,+\infty)\to[3,+\infty)$.

Neste intervalo, f^{-1} é estritamente crescente, de modo que o ponto mais próximo do eixo das abscissas ocorre quando $x=1$ e $y=3$. Portanto, a soma das coordenadas é $x+y=1+3=4$.

Resposta: E

3ª QUESTÃO

Considere a sequência de números complexos $z_1 = (1+i)$, $z_2 = (1+i)^2, \ldots, z_{20} = (1+i)^{20}$, onde $i^2 = -1$.
A maior área possível do triângulo formado pelos afixos de três números consecutivos dessa sequência é

(A) 2^{16} (B) 2^{17} (C) 2^{18} (D) 2^{19} (E) 2^{20}

Resolve

Assunto: Números complexos

Perceba que o primeiro triângulo formado por

$$z_1 = 1 + i, z_2 = (1+i)^2 = 2i \text{ e } z_3 = (1+i)^3 = 2i - 2$$

tem base $|z_2 - z_3| = 2$ e altura relativa igual a 1, portanto área 1.

Veja que $(z_{k+1}, z_{k+2}, z_{k+3}) = (1+i)^k(z_1, z_2, z_3)$.

Ao multiplicar todos os pontos do plano por $(1+i)^k$, multiplicamos suas distâncias por $|1+i|^k = \sqrt{2}^k$, e os rotacionamos por $arg(1+i)^k$ em relação ao centro (o que pode ser visto como uma homotetia seguida de uma rotação). Logo, a área de um triângulo é multiplicada por $(\sqrt{2}^k)(\sqrt{2}^k) = 2^k$.

Sendo assim, $S_{z_{k+1}, z_{k+2}, z_{k+3}} = 2^k S_{z_1, z_2, z_3}$ e então a maior área equivale a

$$S_{z_{18}, z_{19}, z_{20}} = 2^{17} S_{z_1, z_2, z_3} = 2^{17}$$

Resposta: B

4ª QUESTÃO

Seja a equação $x^2 - px + q = 0$, na variável x, com raízes a e b. Então o valor de $a^4 + b^4$ é

(A) $p^4 + 4q^2 - 2p^2q$
(B) $p^4 + 4q^2 - 4p^2q$
(C) $p^4 + 2q^2 - 4p^2q$
(D) $p^4 + 4q^2 - 4p^4q$
(E) $p^4 + 2q^2 - 2p^2q$

Colégio master Resolve

Assunto: Equação do 2° Grau

Sendo as raízes a e b da equação $x^2 - px + q = 0$, temos a soma e o produto das raízes:

$$Soma = a + b = p$$

$$Produto = a.b = q$$

Sabendo que

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$p^2 = a^2 + 2q + b^2$$

$$p^2 - 2q = a^2 + b^2$$

Elevando ao quadrado os dois membros, temos:

$$(p^2 - 2q)^2 = (a^2 + b^2)^2$$

$$p^4 - 4p^2q + 4q^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$$

$$p^4 - 4p^2q + 4q^2 = a^4 + 2q^2 + b^4$$

$$p^4 - 4p^2q + 4q^2 = a^4 + 2q^2 + b^4$$

$$a^4 + b^4 = p^4 + 2q^2 - 4p^2q$$

Resposta: C

5ª QUESTÃO

Sejam α, β e γ as raízes da equação $x^3 + 6x^2 - 6x - 3 = 0$.
O valor de $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$ é

(A) 12 (B) 18 (C) 27 (D) 33 (E) 42

COLÉGIO master ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Resolve

Assunto: Polinômios

Por Girard, $(\alpha + \beta + \gamma) = -6$, logo:

$$(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = (-6 - \alpha)(-6 - \beta)(-6 - \gamma)$$

$$(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = (-1)(6 + \alpha)(6 + \beta)(6 + \gamma)$$

Usando a forma fatorada do Polinômio:

$$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$P(x) = 1(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

Calculando P(-6), se chega no que se pede:

$$P(-6) = 1(-6 - \alpha)(-6 - \beta)(-6 - \gamma)$$

$$P(-6) = (-1)(6 + \alpha)(6 + \beta)(6 + \gamma)$$

Temos:

$$P(-6) = (-6)^3 + 6 \cdot (-6)^2 - 6 \cdot (-6) - 3 = 33$$

Resposta: D

6ª QUESTÃO

Considere a matriz quadrada $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & 3 & \cdots & 2022 \\ 2 & x & 1 & 2 & 3 & \cdots & 2022 \\ 2 & 0 & x & 2 & 3 & \cdots & 2022 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 3 & \cdots & x \end{bmatrix}$ de ordem 2024.

A soma das raízes do polinômio dado por $p(x) = det(A)$, $x \in \mathbb{R}$, é

(A) 2024×2023

(B) 2025^2

(C) 2024×2025

(D) 1012×2025

(E) 1011×2023

Resolve

Assunto: Determinantes e polinômios

Solução: Relembrando que o valor do determinante não é modificado com operação de substituir uma linha pela sua diferença com outra linha, notamos que se trocarmos as linhas $2, 3, \ldots, 2024$ pela diferença delas com a linha 1, obtemos que

$$\det(A) = \det \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 2022 \\ 0 & x & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x-1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x-2 & \cdots & 0 \\ & \cdots & & & \cdots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & x-2022. \end{bmatrix}$$

A matriz acima é triangular superior, logo seu determinante é igual a

$$p(x) = 2x(x-1)(x-2)\cdots(x-2022)$$

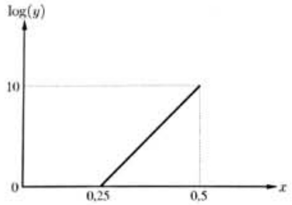
cujas raízes são $0, 1, 2, \ldots, 2022$ e portanto têm soma igual a

$$0 + 1 + 2 + \cdots + 2022 = \frac{2022 \times 2023}{2} = 1011 \times 2023.$$

Resposta: E

7ª QUESTÃO

Seja $y = a^{bx-10}$, a e b reais , onde os valores de x e $\log(y)$ são relacionados pelo gráfico abaixo.



Então o valor da $a + b$ é

(A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

master **Resolve**

Assunto: Logaritmo

Sendo $y = a^{(bx-10)}$, podemos escrever como $logy = loga^{(bx-10)}$.

Substituindo nos pontos do gráfico, temos:

(I) (0,25 ; 0)

$$logy = loga^{(bx-10)}$$

$$0 = log\, a^{(b.0,25-10)}$$

$$10^0 = a^{(b.0,25-10)}$$

$$1 = a^{(b.0,25-10)}$$

$$a^0 = a^{(b.0,25-10)}$$

$$0 = b.0,25 - 10$$

$$b = 40$$

(II) (0,5 ; 10)

$$10 = loga^{(40.0,5-10)}$$

$$10 = loga^{10}$$

$$10^{10} = a^{10}$$

$$a = 10 \text{ (Função crescente)}$$

Portanto a + b = 10 + 40 = 50

Resposta: D

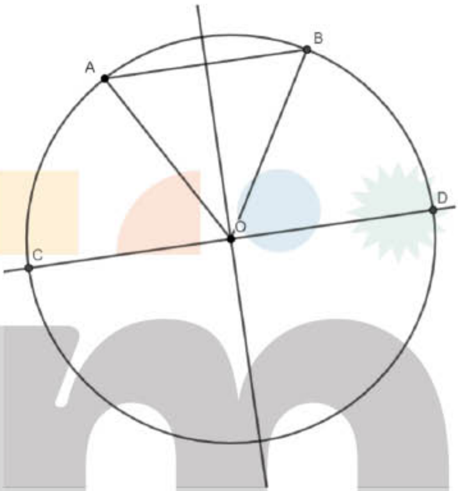
8ª QUESTÃO

São dados os pontos A e B sobre uma circunferência de raio r, de forma que a corda $\overline{AB}$ mede r. Escolhe-se ao acaso um ponto C sobre o maior arco $\widehat{AB}$. A probabilidade da área do triângulo ABC ser maior que $\dfrac{r^2\sqrt{3}}{4}$ é

(A) $\dfrac{1}{5}$ (B) $\dfrac{2}{5}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{3}{5}$ (E) $\dfrac{4}{5}$

 Resolve

Assunto: Probabilidade Geométrica



Note que precisamos analisar os pontos que estão abaixo da reta paralela por AB e que tem uma distância $r\sqrt{3}/2$ para AB e esses pontos fazem a área ser maior que $r^2\sqrt{3}/4$.

Sendo O o centro do círculo, veja que a distância de O até AB é, justamente, $r\sqrt{3}/2$. Olhando para a figura, temos que queremos os pontos abaixo da do diâmetro CD. Então, a probabilidade é:

$$\frac{\pi \cdot r}{5/3\pi \cdot r} = 3/5$$

Resposta: D

9ª QUESTÃO

Considere a inequação

$$(x^2 - 100)(x^2 - 150)(x^2 - 200) < 0$$

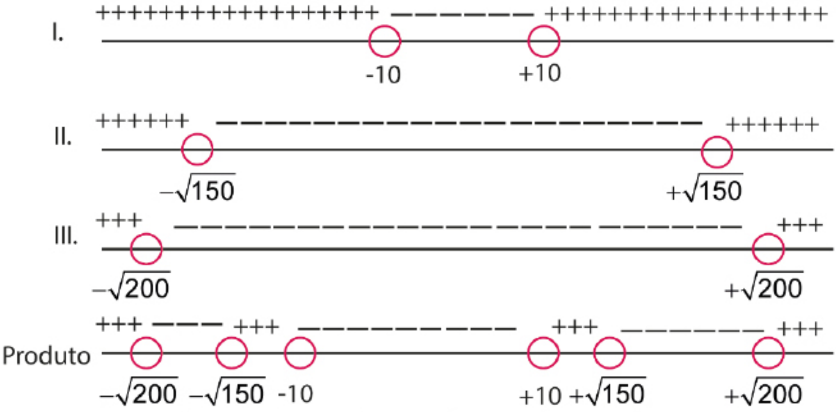
A quantidade de números inteiros que a satisfazem é

(A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 26 (E) 27

COLÉGIO master — ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA. **Resolve**

Assunto: Inequação

Analisando a inequação, temos:



Sabendo que:

$\sqrt{196} < \sqrt{200} < \sqrt{225}$ e $\sqrt{144} < \sqrt{150} < \sqrt{196}$

$14 < \sqrt{200} < 15$ $12 < \sqrt{150} < 14$

(I) Para o primeiro intervalo $(-\sqrt{200} < x < -\sqrt{150})$, temos 2 inteiros (-14,-13).

(II) Para o segundo intervalo $(-10 < x < 10)$, temos 19 inteiros (-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9).

(III) Para o segundo intervalo $(\sqrt{150} < x < \sqrt{200})$, temos 2 inteiros (13,14).

Totalizando 23 inteiros que satisfazem a inequação.

Resposta: A

10ª QUESTÃO

Seja $r = \sqrt{3-\sqrt{3}+\sqrt{2+2\sqrt{2}\sqrt{3+\sqrt{\sqrt{2}-\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}}}$. Sobre a inequação $\sqrt{2025+\sqrt{t}}+\sqrt{2025-\sqrt{t}} \leq \sqrt{2025r}$ pode-se afirmar que a mesma

(A) não possui solução real

(B) possui uma única solução real

(C) possui exatamente duas soluções reais

(D) possui solução entre 0 e $\dfrac{2025^2}{6}$

(E) possui solução entre $\dfrac{2025^2}{3}$ e $\dfrac{2025^2}{2}$

COLÉGIO master Resolve
ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Fatoração e inequações.

Vamos por partes:

$$18-\sqrt{128} = 18-8\sqrt{2} = (4-\sqrt{2})^2 \quad (1)$$
$$\sqrt{2}-\sqrt{12}+(4-\sqrt{2}) = 4-2\sqrt{3} = (\sqrt{3}-1)^2 \quad (2)$$
$$2+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{(3+(\sqrt{3}-1))} = 2+2\sqrt{4+2\sqrt{3}} = 2+2(1+\sqrt{3}) = 4+2\sqrt{3} = (\sqrt{3}+1)^2 \quad (3)$$
$$3-\sqrt{3}+\sqrt{3}+1 = 4 \quad (4)$$
$$\sqrt{4} = 2 \quad (5)$$

Logo, $r=2$. Portanto, chamando $A = 2025+\sqrt{t}$ e $B = 2025-\sqrt{t}$. O enunciado quer:

$$\sqrt{A}+\sqrt{B} \leq \sqrt{A+B} \iff (\sqrt{A}+\sqrt{B})^2 \leq (\sqrt{A+B})^2 \iff 2\sqrt{AB} \leq 0 \iff B = 0$$

pois $A \geq 2025 > 0$. Então, $B = 0 \iff t = 2025^2$ (solução única).

Resposta: B.

11ª QUESTÃO

O número de soluções da equação $cos^3(x) + sen^3(x) + \frac{1}{2}sen(2x) = 1$ no intervalo $[0, 2\pi)$ é

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Colégio master — Ensina no colégio. Educa na vida. **Resolve**

Assunto: Trigonometria

Fazendo $a = cosx$ e $b = senx$, teremos que:

$$a^3 + b^3 + \frac{2ab}{2} = 1 \iff a^3 + b^3 + ab - 1 = 0.$$

Usando o produto notável, $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$.

Deste modo, podemos escrever:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) + ab - 1 = 0, \text{mas } a^2 + b^2 = 1.$$

$$(a+b)(1-ab) - (1-ab) = 0 \iff (1-ab)(a+b-1) = 0.$$

Temos dois casos a analisar: $ab = 1$ ou $a + b = 1$.

i) $ab = 1 \iff senxcosx = 1 \iff 2senxcosx = 2 \iff sen(2x) = 2$, o que não é possível.

ii) $a + b = 1 \Rightarrow cosx + senx = 1 \iff \frac{1}{\sqrt{2}}senx + \frac{1}{\sqrt{2}}cosx = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Então,

$$sen(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} = sen(\frac{\pi}{4}) \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ ou } x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{\pi}{2}.$$

Portanto, temos duas soluções.

Resposta: C

12ª QUESTÃO

Considere um triângulo com vértices em $A(1,2)$, $B(2,2)$ e $C(4,0)$.
A equação da reta que é a bissetriz interna do triângulo referente ao vértice A é

(A) $2x + (3 - \sqrt{13})y + (2\sqrt{13} - 8) = 0$

(B) $2x + (3 + \sqrt{13})y - (2\sqrt{13} + 8) = 0$

(C) $x + (4 + \sqrt{13})y - (2\sqrt{13} + 9) = 0$

(D) $x + (4 - \sqrt{13})y + (2\sqrt{13} - 9) = 0$

(E) $(3 + \sqrt{13})x + 2y - (\sqrt{13} + 7) = 0$

COLÉGIO master Resolve
ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Equação de reta e trigonometria

Solução: Escreva $\angle BAC = 2\alpha$. A reta requerida tem coeficiente angular $-\text{tg}(\alpha)$ e passa pelo ponto $A(1,2)$. Vamos encontrar $z = \text{tg}(\alpha)$. Temos $\text{tg}(2\alpha) = 2/3$. Pela fórmula da tangente do dobro do ângulo, temos

$$\text{tg}(2\alpha) = \frac{2\text{tg}(\alpha)}{1 - \text{tg}^2(\alpha)} \implies \frac{2}{3} = \frac{2z}{1 - z^2} \implies z^2 + 3z - 1 = 0 \implies z = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}.$$

Como $z > 0$, necessariamente $z = \frac{\sqrt{13}-3}{2}$. Assim, a reta é

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = -z \implies \frac{y-2}{x-1} = -\frac{\sqrt{13}-3}{2} \implies 2(y-2) + (\sqrt{13}-3)(x-1) = 0$$
$$\implies (\sqrt{13}-3)x + 2y - (\sqrt{13}+1) = 0.$$

Multiplicando por $\sqrt{13} + 3$ e dividindo por 2, a equação acima fica

$$2x + (\sqrt{13}+3)y - (2\sqrt{13}+8) = 0.$$

Resposta: B

13ª QUESTÃO

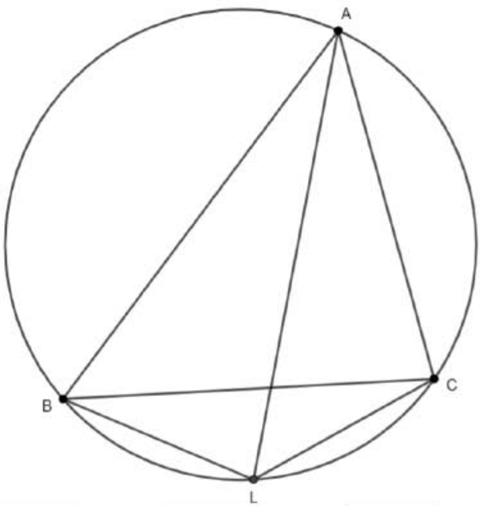
Seja I o incentro do triângulo ABC e L a interseção da semi-reta $\overrightarrow{AI}$ com a circunferência circunscrita ao triângulo ABC, com A e L distintos.

Dado que $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{BC}$, o valor de $\frac{\overline{BL}}{\overline{AL}}$ é

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2 (E) $\frac{5}{2}$

COLÉGIO master ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA. **Resolve**

Assunto: Quadriláteros Cíclicos



Note que pelo teorema de Ptolomeu:

$$AB \cdot CL + AC \cdot BL = AL \cdot BC$$

Sabemos que $BL = CL$ pois AL é bissetriz. Assim,

$$(AB + AC) \cdot BL = AL \cdot BC \iff \frac{BL}{AL} = \frac{BC}{AB + AC} = 1/2$$

Resposta: A

14ª QUESTÃO

São dados n círculos de mesmo raio r, cujos centros são os vértices de um polígono regular P de n lados, de forma que cada círculo tangencia externamente dois outros círculos. Seja R o raio do círculo circunscrito a P.
O valor de n quando $R = 2r$ é

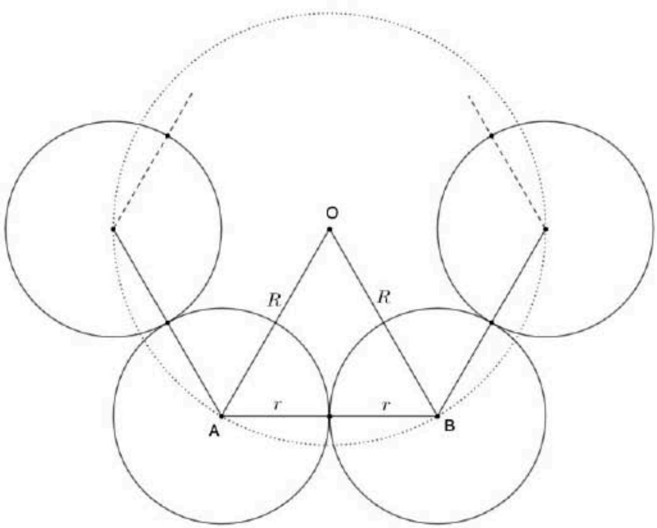
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

COLÉGIO master Resolve

Assunto: Geometria Plana

Sejam A e B dois vértices consecutivos do polígono. Para que os círculos menores sejam tangentes entre si, r deve ser igual a metade do lado do polígono. Dessa forma, $AB = 2r = R$ e o triângulo OAB será equilátero. Ficamos com

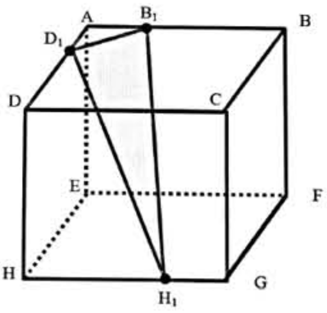
$$\angle AOB = \frac{360°}{n} = 60° \therefore n = 6.$$



Resposta: D

15ª QUESTÃO

No cubo $ABCDEFGH$, a aresta mede l. Conforme a figura, o ponto B_1, sobre a aresta AB, é tal que $\overline{AB_1} = l/3$; o ponto D_1, sobre a aresta AD, é tal que $\overline{AD_1} = l/3$ e o ponto H_1, sobre a aresta GH, é tal que $\overline{GH_1} = l/3$.



A área do triângulo $B_1D_1H_1$ é

(A) $\frac{l^2}{9}$ (B) $\frac{l^2\sqrt{3}}{18}$ (C) $\frac{5l^2\sqrt{34}}{18}$ (D) $\frac{2l^2\sqrt{2}}{9}$ (E) $\frac{l^2\sqrt{34}}{18}$

master Resolve

Assunto: Geometria Espacial

Sejam E_1 e F_1, respectivamente, as projeções ortogonais de D_1 sobre EH e de H_1 sobre EF. Então, $D_1E_1 = \ell$ e $E_1H_1 = 2\ell\sqrt{2}/3$, pois o triângulo E_1HH_1 é retângulo isósceles.

i) No triângulo $D_1E_1H_1$, $\angle D_1E_1H_1 = 90°$, pois $D_1E_1 \perp (EFGH)$. Logo,

$$\overline{D_1H_1}^2 = \ell^2 + \left(\frac{2\ell\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{17\ell^2}{9} \therefore \overline{D_1H_1} = \frac{\ell\sqrt{17}}{3};$$

ii) No triângulo AB_1D_1, $\overline{B_1D_1} = \frac{\ell\sqrt{2}}{3}$;

iii) No triângulo $B_1F_1H_1$, calculamos $\overline{B_1F_1} = \frac{\ell\sqrt{10}}{3}$ e $\overline{H_1F_1} = \ell$. Logo,

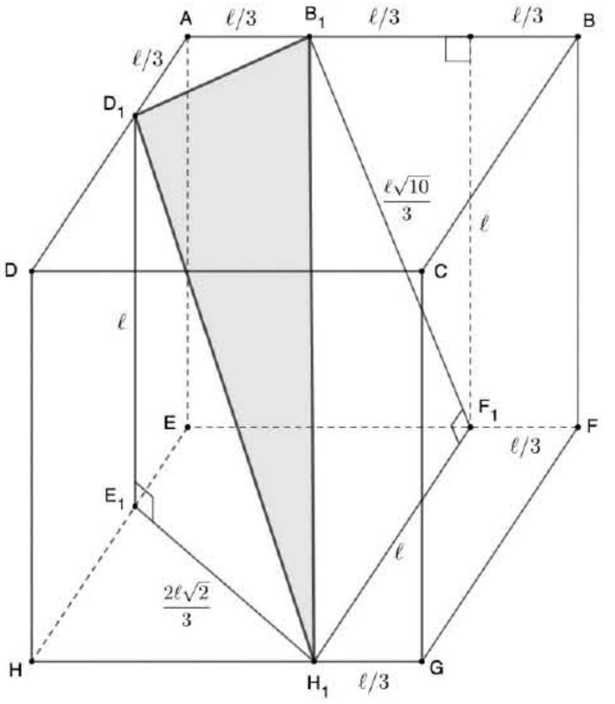
$$\overline{B_1H_1}^2 = \ell^2 + \left(\frac{\ell\sqrt{10}}{3}\right)^2 = \frac{19\ell^2}{9} \therefore \overline{B_1H_1} = \frac{\ell\sqrt{19}}{3}.$$

Agora, perceba que o triângulo $B_1D_1H_1$ é retângulo em D_1, pois

$$\left(\frac{\ell\sqrt{19}}{3}\right)^2 = \left(\frac{\ell\sqrt{17}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\ell\sqrt{2}}{3}\right)^2.$$

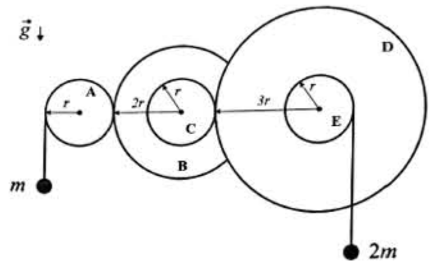
Portanto, a área de $B_1D_1H_1$ é dada por

$$S = \frac{\frac{\ell\sqrt{17}}{3} \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{3}}{2} = \frac{\ell^2\sqrt{34}}{18}.$$



Resposta: E

16ª QUESTÃO



Cinco discos A, B, C, D e E, de centros fixos, giram solidariamente conforme a geometria da figura. Duas partículas de massas m e $2m$ enrolam ou desenrolam fios inextensíveis às mesmas velocidades escalares das bordas de seus respectivos discos.

Dados:

- aceleração da gravidade: g;

Observações:

- os cinco discos estão inicialmente em repouso;
- os cinco centros dos discos estão na mesma horizontal;
- o disco A está engrenado ao disco B;
- ao girar, o disco B faz o disco C girar à mesma velocidade angular, pois B e C são concêntricos;
- o disco C está engrenado ao disco D;
- ao girar, o disco D faz o disco E girar à mesma velocidade angular, pois D e E são concêntricos;
- a partícula de menor massa está associada ao disco A e a de maior massa ao disco E;
- despreze as massas dos discos e desconsidere quaisquer deslizamentos.

Pelo princípio da conservação da energia, a aceleração (módulo e sentido) da partícula de maior massa, após o início de seu movimento, é:

a) $2/19\ g$, de baixo para cima (enrolando o fio)
b) $2/19\ g$, de cima para baixo (desenrolando o fio)
c) $4/19\ g$, de baixo para cima (enrolando o fio)
d) $4/11\ g$, de cima para baixo (desenrolando o fio)
e) $4/11\ g$, de baixo para cima (enrolando o fio)

master *Resolve*

Assunto: Movimento circular e energia

Primeiramente, precisamos encontrar o vínculo entre as velocidades: (por convenção, é positivo para baixo).

I) $V_1 = V_A$

II) $V_B = -V_A = -V_1$

III) $\omega_B = \omega_C = \dfrac{|V_B|}{2r}$

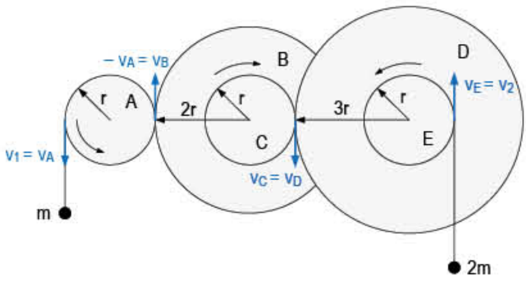
IV) $V_C = +\omega_C . r = \dfrac{|V_B|}{2} = \dfrac{V_1}{2}$

V) $V_D = V_C = \dfrac{V_1}{2}$

VI) $\omega_E = \omega_D = \dfrac{V_D}{3r} = \dfrac{V_1}{6r}$

VII) $V_E = -\omega_E . r = -\dfrac{V_1}{6}$

VIII) $V_2 = V_E = -\dfrac{V_1}{6}$



Em segundo lugar, usamos a relação entre os deslocamentos na conservação de energia:

$$V_1 = -6v_2 \rightarrow \Delta X_1 = 6\Delta X_2$$

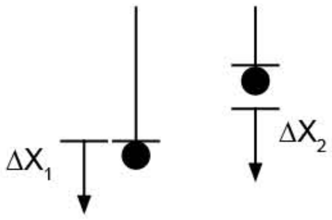
$$\rightarrow E_{MEC_{Inicial}} = E_{MEC_{Final}}$$

$$0 = \frac{MV_1^2}{2} + \frac{2MV_2^2}{2} - 2mg\Delta X_2 - mg\Delta X_1$$

$$\boxed{\Delta X_1 + 2\Delta X_2 = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{V_2^2}{g}}$$

$$-6\Delta X_2 + 2\Delta X_2 = \frac{36V_2^2}{2g} + \frac{V_2^2}{g} = \frac{19V_2^2}{g}$$

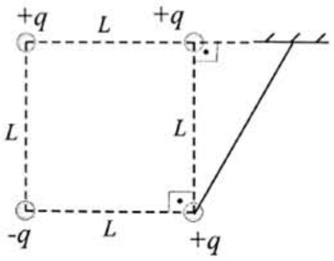
$$\boxed{V_2^2 = 2.\left(-\frac{2g}{19}\right).\Delta X_2}$$



Por Torricelli, $\boxed{a_2 = -\dfrac{2g}{19}}$, como o sinal é negativo, a_2 está para cima, enrolando o fio.

Resposta: A.

17ª QUESTÃO



Na figura, são mostradas três partículas fixadas e uma quarta partícula pendurada por um fio inextensível. As quatro partículas estão carregadas eletricamente e em equilíbrio nos vértices de um quadrado de lado L.

Dado:

- constante elétrica do meio: k.

Observação:

- as cargas de cada partícula estão indicadas na figura.

A tração no fio é:

a) $2\dfrac{kq^2}{L^2}$

b) $\dfrac{9}{4}\dfrac{kq^2}{L^2}$

c) $\dfrac{3}{2}\dfrac{kq^2}{L^2}$

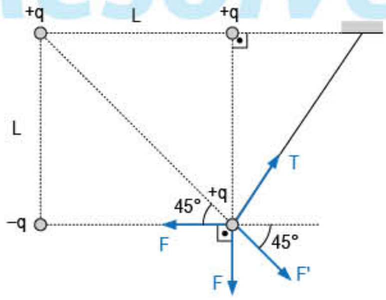
d) $\dfrac{1}{4}\dfrac{kq^2}{L^2}(4+\sqrt{2})$

e) $\dfrac{1}{4}\dfrac{kq^2}{L^2}(2+\sqrt{2})$

Resolve

Assunto: Eletrostática

A figura abaixo ilustra as forças que atuam na carga fixada:



Observe que o módulo de duas das três forças elétricas é idêntico, por isso utilizamos a mesma letra F para representá-las. A terceira força elétrica, que possui um módulo diferente, será representada por F'. Os módulos de F e F' são dados por:

$$F=\frac{kq^2}{L^2} \text{ e } F'=\frac{kq^2}{\left(L\sqrt{2}\right)^2}=\frac{kq^2}{2L^2}=\frac{F}{2}$$

Impondo o equilíbrio de translação:

i) na horizontal:

$$T_x+F'\cos 45°=F \Rightarrow T_x+\frac{F}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=F \Rightarrow T_x=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)F \Rightarrow T_x=\left(\frac{4-\sqrt{2}}{4}\right)F$$

ii) na vertical:

$$T_y=F+F'\operatorname{sen}45° \Rightarrow T_y=F+\frac{F}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow T_y=\left(1+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)F \Rightarrow T_y=\left(\frac{4+\sqrt{2}}{4}\right)F$$

Logo,

$$T^2=T_x^2+T_y^2$$

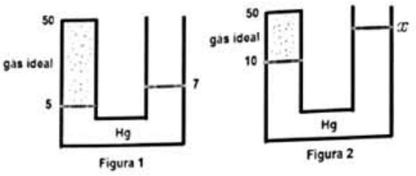
$$\therefore T^2=\left(\frac{4-\sqrt{2}}{4}\right)^2F^2+\left(\frac{4+\sqrt{2}}{4}\right)^2F^2$$

$$\therefore T^2=\underbrace{\left[\left(16-8\sqrt{2}+2\right)+\left(16+8\sqrt{2}+2\right)\right]}_{=36}\frac{F^2}{16}$$

$$\therefore T^2=\frac{36}{16}F^2 \Rightarrow T=\frac{6F}{4} \Rightarrow \boxed{T=\frac{3}{2}\frac{kq^2}{L^2}}$$

Resposta: C.

18ª QUESTÃO



Na Figura 1, é apresentado um manômetro de Hg, graduado em cm, que aprisiona uma certa massa de gás ideal em equilíbrio. Adiciona-se uma nova quantidade de Hg pela extremidade aberta do manômetro e, após o novo equilíbrio, obtém-se a configuração da Figura 2.

Sabendo que a temperatura ambiente se manteve constante, desprezando-se qualquer vazamento de gás e sendo 70 cmHg a pressão atmosférica, o valor da graduação x, em cm, é:

a) 30
b) 15
c) 42
d) 21
e) 10

Assunto: Hidrostática/Gases

Do equilíbrio hidrostático na figura 1, temos

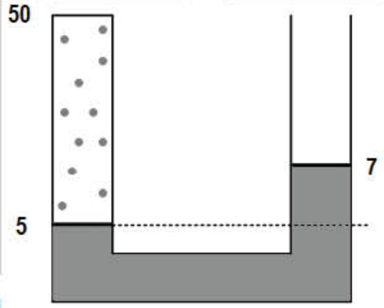


Figura 1

$$P_{g_i} = P_{atm} + P_{Hg_1}$$

$$P_{g_i} = 70 + 2 = 72 \text{ cmHg}$$

O gás sofre uma transformação isotérmica, logo,

$$P_{g_i}.V_i = P_{g_f}.V_f$$

$$72.(50-5).A = P_{g_f}.(50-10).A$$

$$P_{g_f} = 81 \text{ cmHg}$$

Do equilíbrio hidrostático na figura 2, temos

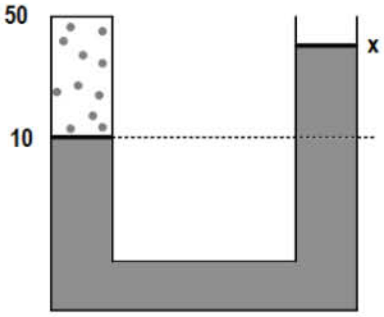


Figura 2

$$P_{g_f} = P_{atm} + P_{Hg_2}$$

$$81 = 70 + (x - 10)$$

$$x = 21 \text{ cmHg}$$

Resposta: D

19ª QUESTÃO

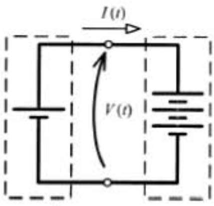


Figura 1

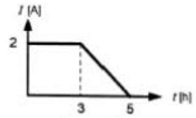


Figura 2a

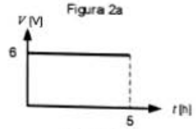


Figura 2b

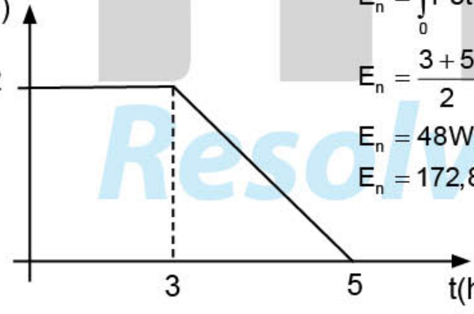
Considere um sistema de carga de bateria hipotético, mostrada na Figura 1, no qual, os gráficos da corrente $I(t)$ e da tensão $V(t)$ são mostradas nas Figuras 2a e 2b. Ao longo do período de carga, que é de 5 h, a energia fornecida pelo carregador, em kJ, é:

a) $345{,}6$
b) $172{,}8$
c) $129{,}6$
d) $86{,}4$
e) $36{,}0$

Colégio master Resolve

Assunto: Eletrodinâmica

Pot = V . i



A partir dos gráficos i . t e V . t temos o gráfico Pot . T:

$$E_n = \int_0^5 \text{Pot}\,dt \cong \text{Área}_{\text{Trapézio}}$$

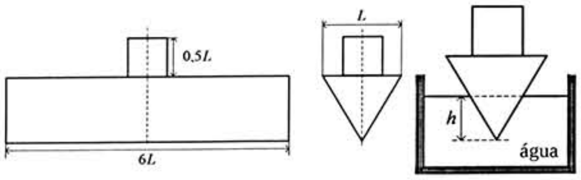
$$E_n = \frac{3+5}{2}.12 = 48\text{W.h}$$

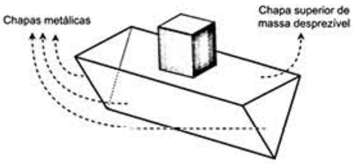
$$E_n = 48\text{W}.3600\text{s} = 1{,}728.10^5\text{J}$$

$$E_n = 172{,}8\text{KJ}$$

Resposta: B

20ª QUESTÃO





Para simular o protótipo de um navio, um engenheiro constrói um prisma reto, com seção reta no formato de um triângulo equilátero, a partir de quatro chapas metálicas (duas triangulares de lado L, duas retangulares $6L \times L$) e uma chapa retangular superior de massa desprezível e dimensões $6L \times L$. A estrutura encontra-se bem vedada e contém ar em seu interior. Uma carga cúbica de aresta $0{,}5L$ é fixada simetricamente sobre o prisma e em conformidade com as figuras. Em seguida, a estrutura (prisma + carga) é colocada numa piscina, afundando h.

Dados:
- massa específica superficial das chapas metálicas: $8\,\text{kg/m}^2$;
- massa específica volumétrica da carga cúbica: $240\,\text{kg/m}^3$;
- massa específica da água: $1000\,\text{kg/m}^3$;
- $L = 20\,\text{cm}$;
- $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$;
- $\dfrac{6}{5\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{5} \approx 0{,}68.$

Supondo que a estrutura flutue de forma equilibrada, o valor de h, em centímetros, pode ser arredondado para:

a) 8
b) 10
c) 12
d) 14
e) 16

Assunto: Hidrostática

No equilíbrio do sistema, temos:

$$\text{Empuxo} = \text{Peso}_{\text{total}}$$
$$\therefore \mu_L g V_{\text{submerso}} = m_{\text{total}}\, g$$
$$\therefore \mu_L V_{\text{submerso}} = m_{\text{total}}$$
$$\therefore \mu_L \left(\frac{x^2\sqrt{3}}{4}\cdot 6L\right) = \rho_{\text{cubo}}\left(\frac{L}{2}\right)^3 + \sigma_{\text{chapa}}\left(2\cdot L^2\frac{\sqrt{3}}{4} + 2\cdot 6L^2\right)$$

onde x é o lado do triângulo equilátero correspondente a secção transversal do volume imerso. Assim,

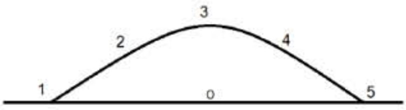
$$x = \frac{2h\sqrt{3}}{3}$$

Substituindo o valor de x na expressão acima, obtemos:

$$\mu_L\left(\frac{4h^2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 6L\right) = \rho_{\text{cubo}}\left(\frac{L}{2}\right)^3 + \sigma_{\text{chapa}}\left(2\cdot L^2\frac{\sqrt{3}}{4} + 2\cdot 6L^2\right)$$
$$\therefore \mu_L\left(2\sqrt{3}h^2L\right) = \rho_{\text{cubo}}\frac{L^3}{8} + \sigma_{\text{chapa}}L^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 12\right)$$
$$\therefore \mu_L\left(2\sqrt{3}h^2\right) = \rho_{\text{cubo}}\frac{L^2}{8} + \sigma_{\text{chapa}}L\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 12\right)$$
$$\therefore 1000\left(2\sqrt{3}\right)h^2 = 240\cdot\frac{0{,}2^2}{8} + 8\cdot 0{,}2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 12\right)$$
$$\therefore 3400h^2 = 1{,}2 + 1{,}6\cdot 12{,}85$$
$$\therefore 3400h^2 = 21{,}76$$
$$\therefore h^2 = 0{,}0064 \;\Rightarrow\; h = 0{,}08\,\text{m} \;\Rightarrow\; \boxed{h = 8\,\text{cm}}$$

Resposta: A

21ª QUESTÃO



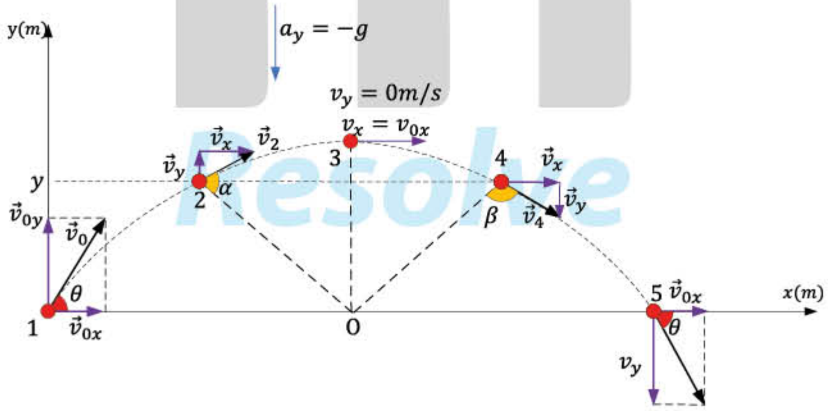
Uma fonte sonora é lançada do ponto 1 indicado na figura e segue uma trajetória balística parabólica emitindo um tom de frequência constante f_f. Sejam f_1 a f_5 as frequências percebidas pelo observador "o" quando a fonte passa pelos pontos de 1 a 5, respectivamente, indicados na figura.

Observações:
- os pontos 1 e 5 estão no mesmo plano horizontal;
- os pontos 2 e 4 estão na mesma altitude;
- o ponto 3 é o de maior altitude na trajetória;
- o ponto 1 é aquele imediatamente depois do lançamento;
- o ponto 5 é aquele imediatamente antes do choque com o plano horizontal;
- o observador "o" está na mesma vertical do ponto 3;
- a fonte emite em todas as direções;
- considere a velocidade da fonte muito menor que a do som.

Desta forma, podemos afirmar que:

a) $f_1 \geq f_2 \geq f_3 = f_f \geq f_4 \geq f_5$
b) $f_1 = f_5 \geq f_2 = f_4 \geq f_3 = f_f$
c) $f_1 = f_5 \leq f_2 = f_4 \leq f_3 = f_f$
d) $f_1 \geq f_2 \geq f_3 \geq f_4 \geq f_5 \geq f_f$
e) $f_1 = f_5 \leq f_3 = f_f \leq f_2 = f_4$

Assunto: Efeito Doppler e lançamento oblíquo



No ponto 3, a fonte instantaneamente não possui movimento de aproximação ou de afastamento em relação ao ponto O, assim, podemos concluir que a frequência detectada em O a partir do som emitido em 3 são iguais.

$$f_3 = f_f$$

A frequência detectada para o som emitido em 1 é dado por:

$$f_1 = f_f \cdot \left(\frac{v_{SOM}}{v_{SOM} - v_x}\right)$$

Logo, a frequência do som emitido em 1 e detectado em O é maior que a frequência da fonte (movimento de aproximação da fonte em relação ao detector).

A frequência detectada para o som emitido em 5 é dado por:

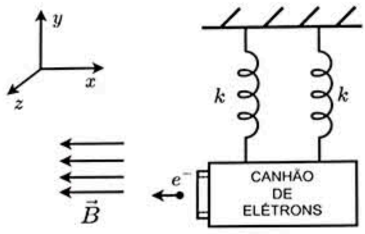
$$f_5 = f_f \cdot \left(\frac{v_{SOM}}{v_{SOM} + v_x}\right)$$

Logo, a frequência do som emitido em 5 e detectado em O é menor que a frequência da fonte (movimento de afastamento da fonte em relação ao detector). Pela simetria da figura, percebe-se que em 2 existe um componente da velocidade na direção da reta que liga ao ponto O com movimento de aproximação em relação ao detector (mas com uma componente de velocidade menor nessa direção) . Da mesma forma em 4 existe um componente da velocidade na direção da reta que liga ao ponto O com um movimento de afastamento em relação ao detector. Portanto, podemos concluir que:

$$f_1 > f_2 > f_3 = f_f > f_4 > f_5$$

Resposta: A

22ª QUESTÃO



Na figura, é apresentado um canhão oscilando preso ao teto por duas molas e disparando continuamente elétrons numa região sujeita a um campo magnético constante.

Dados:

- constante elástica de cada mola: k;
- amplitude de oscilação do canhão / par de molas: A;
- direção de oscilação do canhão / par de molas: y;
- vetor campo magnético: $(-B,0,0)$;
- velocidade relativa de disparo dos elétrons em relação ao canhão: $(-v,0,0)$;
- massa do elétron: m;
- massa do canhão: M;
- carga do elétron: $-e$.

Observações:

- o canhão oscila no plano xy;
- a velocidade inicial de um elétron disparado é obtida ao se somarem vetorialmente os efeitos da oscilação e do canhão parado;
- despreze o efeito gravitacional no movimento dos elétrons;
- $m << M$;
- despreze as interações elétricas entre os elétrons.

Nas condições acima, a maior coordenada z que algum elétron pode alcançar é:

a) $\dfrac{mA\sqrt{2k\frac{A^2}{M}+v^2}}{eB}$

b) $\dfrac{m\sqrt{k\frac{A^2}{M}+v^2}}{eB}$

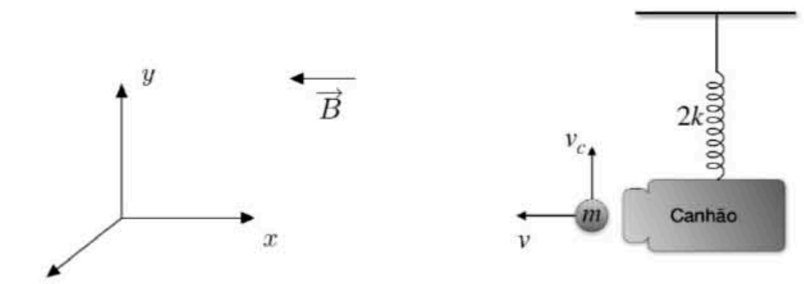
c) $\dfrac{mA\sqrt{2\frac{k}{M}}}{eB}$

d) $\dfrac{mA\sqrt{\frac{k}{M}}}{eB}$

e) $\dfrac{2mA\sqrt{2\frac{k}{M}}}{eB}$

Assunto: Força magnética e MHS

A força magnética faz o papel de resultante centrípeta. A velocidade do elétron, no referencial da Terra, na vertical é de uma MHS. Assim:



$$\vec{v}_e = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_c$$

$$v_y = A\omega\cos(\omega t)$$

$$F_{mag_z} = eBv_y = ma_z = \frac{mv_y^2}{R}$$

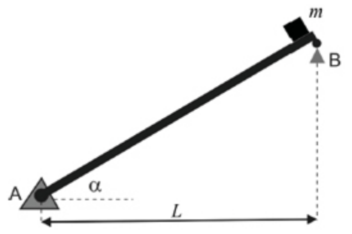
$$eBv_y = ma_z = \frac{mv_y^2}{R}$$

$$R = \frac{mv_y}{eB} = \frac{mA\omega\cos(\omega t)}{eB}$$

$$\boxed{z_{\text{máx}} = 2R = 2\frac{mA}{eB}\sqrt{\frac{2k}{M}}}$$

Resposta: E

23ª QUESTÃO



A figura mostra uma rampa inclinada, de massa desprezível, apoiada por dois suportes fixados nos pontos A e B. O apoio em A admite forças horizontais e verticais e o apoio em B apenas forças verticais. Um objeto de dimensões desprezíveis é liberado do ponto B a partir do repouso e se desloca sem atrito em direção a A.

Dados:

- aceleração da gravidade: g;
- massa do objeto: m;
- ângulo da rampa com a horizontal: α;
- comprimento horizontal da rampa: L.

O módulo da reação de apoio em A quando o objeto estiver passando pelo meio da rampa é igual a:

a) $\frac{1}{2}mg(\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)$

b) $\frac{1}{2}mg$

c) $\frac{1}{2}mg\cos\alpha\sqrt{\cos^2\alpha + \frac{1}{2}\operatorname{sen}^2\alpha}$

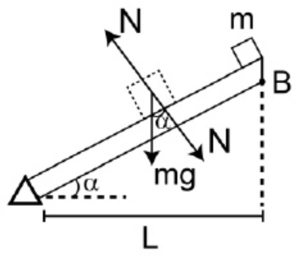
d) $\frac{1}{2}mg\cos\alpha\sqrt{\cos^2\alpha + \frac{1}{4}\operatorname{sen}^2\alpha}$

e) $\frac{1}{2}mg\cos\alpha$

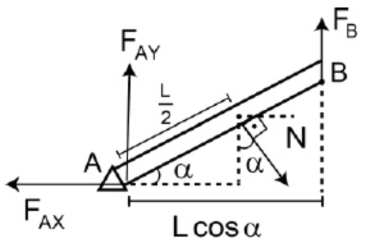
master Resolve

Assunto: estática do corpo rígido

I) No bloquinho, $N = mg\cos\alpha$



II) Agora, analisando apenas o equilíbrio estático da barra:



→ Eq. horizontal:

$F_{AX} = N \operatorname{sen}\alpha = mg \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha$

→ Eq. vertical:

$F_{AX} + F_B = N\cos\alpha = mg\cos^2\alpha$

→ Torque em relação a A:

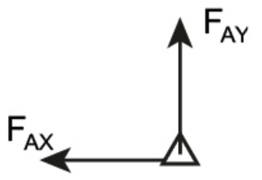
$\tau_H = \frac{N \cdot L}{2}$; $\tau_{AH} = FB \cdot L\cos\alpha$

$\therefore \frac{NL}{2} = F_B L\cos\alpha \rightarrow F_B = \frac{N}{2\cos\alpha} = \frac{mg\cos\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{mg}{2}$

→ Substituindo no eq. vertical:

$F_{AY} + \frac{mg}{2} = mg\cos^2\alpha = \frac{mg\left(2\cos^2\alpha - 1\right)}{2} = \frac{mg\cos(2\alpha)}{2}$

III) Por último



$F_{AY} = \frac{mg\cos(2\alpha)}{2}$

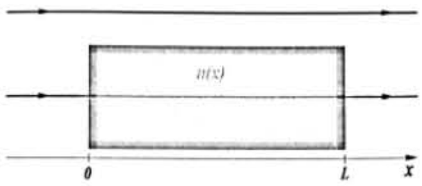
$F_{AX} = mg\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha = \frac{mg\operatorname{sen}(2\alpha)}{2}$

$F_A{}^2 = F_{AX}{}^2 + F_{AY}{}^2 = \left(\frac{mg}{2}\right)^2\left(\operatorname{sen}^2(2\alpha) + \cos^2(2\alpha)\right)$

$\therefore \boxed{F_A = \frac{mg}{2}}$

Resposta: B

24ª QUESTÃO



Dois feixes de luz em fase se propagam no vácuo para a direita paralelamente ao eixo x desenhado na figura. Um dos feixes atravessa um bloco com a forma de um paralelepípedo, em cujo meio o índice de refração é variável, provocando uma diminuição de velocidade e consequente atraso no tempo de viagem.

Dados:

- comprimento de onda do feixe de luz no vácuo: λ;
- comprimento do paralelepípedo: L;
- índice de refração no interior do paralelepípedo: $n(x) = \sqrt{\dfrac{2L}{L+x}}$; $0 \leq x \leq L$

O menor valor de L, para que a interferência entre os feixes, em um anteparo à direita do bloco, seja destrutiva, é:

a) $\dfrac{\lambda}{2(2+3\sqrt{2})}$

b) $\dfrac{\lambda}{3(2\sqrt{2}-2)}$

c) $\dfrac{\lambda}{3(2-\sqrt{2})}$

d) $\dfrac{\lambda}{2(3+2\sqrt{2})}$

e) $\dfrac{\lambda}{2(3-2\sqrt{2})}$

Assunto: **Interferência luminosa e Caminho óptico**

A diferença de caminho óptico entre os raios luminosos será dada por:

$$\left(\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} n_i \cdot \Delta x_i\right) - n_{AR} \cdot L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$

No paralelepípedo note que temos um índice de refração variável (superpomos várias películas infinitesimais de comprimentoΔx_i), assim, faremos:

$$\int_{x=0}^{x=L} n \cdot dx - n_{AR} \cdot L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$

$$\int_{x=0}^{x=L} \left(\sqrt{\frac{2L}{L+x}}\right) \cdot dx - n_{AR} \cdot L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$

Para o menor comprimento do paralelepípedo, impomos $m = 0$, assim:

$$\sqrt{2L} \cdot \left[\int_{x=0}^{x=L} (L+x)^{-\frac{1}{2}} \cdot dx\right] - L = \frac{\lambda}{2}$$

Após resolver a integral, obtemos:

$$\sqrt{2L} \cdot 2 \cdot \left[\sqrt{2L} - \sqrt{L}\right] - L = \frac{\lambda}{2}$$

$$\sqrt{2L} \cdot 2 \cdot \sqrt{L} \cdot \left[\sqrt{2} - \sqrt{1}\right] - L = \frac{\lambda}{2}$$

$$2L \cdot \sqrt{2} \cdot \left[\sqrt{2} - \sqrt{1}\right] - L = \frac{\lambda}{2}$$

$$4L - 2L \cdot \sqrt{2} - L = \frac{\lambda}{2}$$

$$L \cdot \left(3 - 2 \cdot \sqrt{2}\right) = \frac{\lambda}{2}$$

$$L = \frac{\lambda}{2 \cdot \left(3 - 2 \cdot \sqrt{2}\right)}$$

APÊNDICE: CÁLCULO DA INTEGRAL

$$\int_{x=0}^{x=L} (L+x)^{-\frac{1}{2}} \cdot dx = 2 \cdot \left[\sqrt{2L} - \sqrt{L}\right]$$

Fazendo uma substituição:

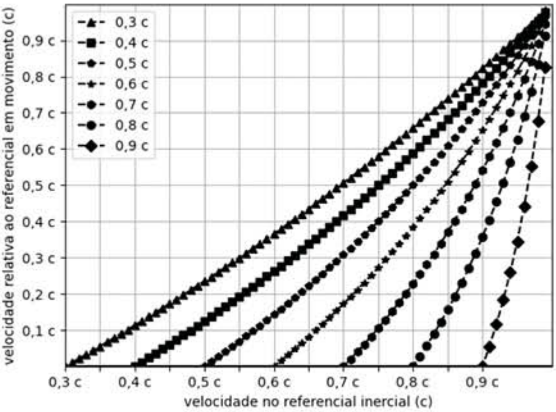
$$u = x + L \therefore du = dx$$

$$\int_{x=0}^{x=L} (L+x)^{-\frac{1}{2}} \cdot dx = \int u^{-\frac{1}{2}} du = \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot u^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \left[(L+x)^{\frac{1}{2}}\right]_{x=0}^{x=L}$$

$$\int_{x=0}^{x=L} (L+x)^{-\frac{1}{2}} \cdot dx = 2 \cdot \left[(L+x)^{\frac{1}{2}}\right]_{x=0}^{x=L} = 2 \cdot \left[\sqrt{2L} - \sqrt{L}\right]$$

Resposta: E

25ª QUESTÃO



Na figura, é mostrada a transformação de Lorentz para diversas velocidades ($0{,}3$ c a $0{,}9$ c) de um referencial em movimento em relação a um referencial inercial. Essa transformação é usada para calcular a velocidade relativa (eixo vertical) de um outro objeto se movimentando no mesmo sentido do referencial que está em alta velocidade ($0{,}3$ c a $0{,}9$ c). Repare que o eixo horizontal exibe uma escala de velocidade em relação ao referencial inercial e o eixo vertical informa a velocidade relativa entre objeto e referencial em movimento.

Uma nave X viaja a $0{,}5$ c e atira um foguete Y, no mesmo sentido de seu movimento, a uma velocidade relativa a X de $0{,}3$ c. Por sua vez, o foguete Y atira um projétil Z, também no mesmo sentido dos movimentos, a uma velocidade relativa a Y de $0{,}1$ c.

Dado:
- velocidade da luz: c.

Em relação ao referencial inercial, a velocidade de Z é aproximadamente:

a) $0{,}90$ c
b) $0{,}65$ c
c) $0{,}70$ c
d) $0{,}75$ c
e) $0{,}80$ c

Colégio master Resolve

Assunto: Cinemática relativística

Sendo S: referencial inercial e S':referencial "em movimento".

A princípio $S' = x$:

$$\left.\begin{matrix} v_{y/s} = 0{,}5c \\ v_{y/x} = 0{,}3c \end{matrix}\right\} Pelo\ gráfico: v_{y/s} = 0{,}7c$$

Agora $S' = y$:

$$\left.\begin{matrix} v_{y/s} = 0{,}7c \\ v_{z/y} = 0{,}1c \end{matrix}\right\} Pelo\ gráfico: v_{y/s} = 0{,}75c$$

Resposta: D

26ª QUESTÃO

Para simular a órbita $(x(t), y(t))$ do satélite de um planeta, no referencial do planeta, utilizou-se um modelo unidimensional com as seguintes equações:

$$x(t) = A\cos(\omega t) \qquad y(t) = B\,sen(\omega t)$$

onde A, B e ω são constantes e t é o instante de tempo.

Dados:
- massa do planeta: M;
- massa do satélite: m, onde $m << M$;
- constante universal de gravitação: G;
- $C = \sqrt{A^2 - B^2}$;
- localização do centro do planeta: $(C,0)$.

A diferença entre a maior e a menor energia potencial gravitacional do satélite é:

a) $2\,AGmM/B^2$
b) $CGmM/B^2$
c) $2\,CGmM/A^2$
d) $2\,CGmM/B^2$
e) $AGmM/C^2$

master Resolve

Assunto: Gravitação

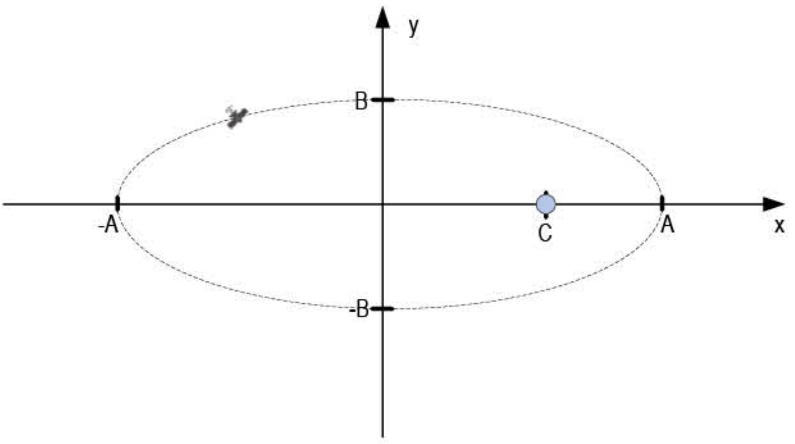
Das equações, temos

$$\frac{x^2}{A^2} = \cos^2(\omega t)$$
$$\frac{y^2}{B^2} = \text{sen}^2(\omega t)$$

Resolvendo,

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

O movimento do satélite é uma elipse com semieixo maior A, semieixo menor B, centrada em (0,0) e o planeta se encontra no foco C.



A energia potencial gravitacional será máxima em $(-\text{A}, 0)$, chamaremos de ponto 1

$$E_{pg_1} = -\frac{GMm}{A + C}$$

E será mínima em $(+\text{A}, 0)$, chamaremos de ponto 2

$$E_{pg_2} = -\frac{GMm}{A - C}$$

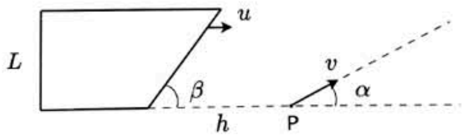
Logo,

$$\Delta E_{pg} = -\frac{GMm}{A + C} - \left(-\frac{GMm}{A - C}\right)$$
$$\Delta E_{pg} = -\frac{GMm}{A + C} + \frac{GMm}{A - C}$$

$$\Delta E_{pg} = GMm\left(\frac{2C}{A^2 - C^2}\right)$$
$$\Delta E_{pg} = \frac{2CGMm}{B^2}$$

Resposta: D

27ª QUESTÃO



Um trapézio retângulo desloca-se para a direita à velocidade escalar constante u. No instante inicial, um de seus vértices está à distância h do ponto P. Ainda nesse instante, um objeto parte do ponto P à velocidade constante v, indicada na figura juntamente com outras grandezas. O valor mínimo de v para que o objeto não seja atingido pelo trapézio, onde $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, é:

a) $\dfrac{u}{sen(\beta-\alpha)/sen\beta + h\,sen\alpha/L}$

b) $\dfrac{u\cos\beta}{cos(\alpha+\beta) + h\,sen\alpha/L}$

c) $\dfrac{u\,sen\beta}{sen\beta + h\,sen\alpha/L}$

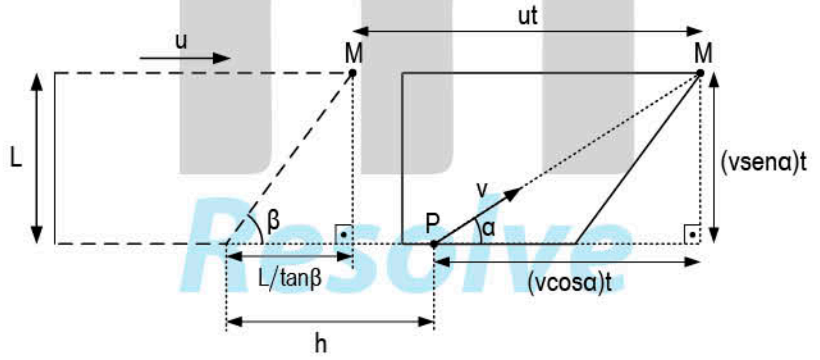
d) $\dfrac{u\,sen\beta}{sen(\beta+\alpha) + h\,sen\alpha/L}$

e) $\dfrac{u}{cos\alpha + h\,sen\alpha\cos\beta/L}$

master **Resolve**

ASSUNTO: CINEMÁTICA

A figura abaixo ilustra a situação descrita no enunciado.



Observe que na situação de mínimo v os pontos P e M se encontram na posição indicada na figura acima. Assim, temos

$$(v\,sen\alpha)t = L \;\Rightarrow\; t = \frac{L}{v\,sen\alpha}$$

e

$$ut = \left(h - \frac{L}{\tan\beta}\right) + v\cos\alpha\, t$$

$$\therefore u\frac{L}{v\,sen\alpha} = \left(h - \frac{L}{\tan\beta}\right) + v\cos\alpha\left(\frac{L}{v\,sen\alpha}\right)$$

$$\therefore u\frac{L}{v\,sen\alpha} = h - \frac{L}{\tan\beta} + \frac{L\cos\alpha}{sen\alpha}$$

$$\therefore u\frac{L}{v\,sen\alpha} = h + L\left(\frac{\cos\alpha}{sen\alpha} - \frac{\cos\beta}{sen\beta}\right)$$

$$\therefore \frac{u}{v} = \frac{h}{L}sen\alpha + \left(\cos\alpha - \frac{sen\alpha\cos\beta}{sen\beta}\right)$$

$$\therefore \frac{u}{v} = \frac{h}{L}sen\alpha + \left(\frac{\cos\alpha\,sen\beta - sen\alpha\cos\beta}{sen\beta}\right)$$

$$\therefore \frac{u}{v} = \frac{h}{L}sen\alpha + \frac{sen(\beta-\alpha)}{sen\beta}$$

$$\therefore \boxed{v = \frac{u}{\dfrac{sen(\beta-\alpha)}{sen\beta} + \dfrac{h}{L}sen\alpha}}$$

RESPOSTA: A.

28ª QUESTÃO

Uma lente convergente é construída usando um material de índice de refração n, podendo a sua distância focal f ser calculada usando a equação dos fabricantes de lentes. Um objeto é posicionado no eixo da lente e muito distante da mesma.

Observações:

- f é proporcional a $(n-1)^{-1}$;
- $n > 1$;
- seja x tal que $|x| << 1$, então $(1-x)^{-1} \simeq 1 + x$.

Caso haja uma ínfima variação na constituição do índice de refração do material ($n \to n + \Delta n$), a variação Δi na posição final da imagem do objeto ($i \to i + \Delta i$) é, aproximadamente:

a) $f\Delta n/n$
b) $f\Delta n/(n-1)$
c) $-f\Delta n/(n-1)$
d) $-f\Delta n/(n^2-1)$
e) $f\Delta n/(n^2-1)$

Resolve

Assunto: LENTES ESFÉRICAS

Pela equação dos fabricantes de lentes podemos escrever para uma lente convergente (supondo plano-convexa, apenas por simplicidade matemática) de índice de refração n que o foco será dado por:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{1}{R} \therefore f = \frac{R}{n-1}$$

Para um objeto infinitamente ($p \to \infty$) distante, temos que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \therefore p' = f = \frac{R}{n-1}$$

Na situação inicial, podemos escrever:

$$i_1 = i = \frac{R}{n-1} = f$$

Quando o índice de refração da lente ($n \to n + \Delta n$) varia, podemos escrever que a nova posição da imagem ($i_2 = i + \Delta i$):

$$i_2 = i + \Delta i = \frac{R}{(n + \Delta n) - 1}$$

$$i + \Delta i = \frac{R}{(n-1) \cdot \left[1 + \frac{\Delta n}{n-1}\right]} = \frac{R}{(n-1)} \cdot \left[1 + \frac{\Delta n}{n-1}\right]^{-1}$$

Usando a aproximação binomial: $\left[1 + \frac{\Delta n}{n-1}\right]^{-1} \cong 1 - \frac{\Delta n}{n-1}$, *logo:*

$$i + \Delta i = \frac{R}{(n-1)} \cdot \left[1 - \frac{\Delta n}{n-1}\right]$$

$$f + \Delta i = f \cdot \left[1 - \frac{\Delta n}{n-1}\right]$$

$$\Delta i = -\frac{f \cdot \Delta n}{n-1}$$

Resposta: C

29ª QUESTÃO

Em uma prática de laboratório, a superfície externa de uma parede é integralmente recoberta com um material isolante térmico. Por sua vez, a superfície interna encontra-se exposta a uma chama.

Dados:

- condutividade térmica da parede: 3 W/(m.°C);
- condutividade térmica do material isolante: $0{,}02$ W/(m.°C);
- espessura da parede: 15 cm;
- espessura do material isolante: 4 mm;
- temperatura na superfície livre do isolante: 45 °C;
- temperatura na superfície da parede em contato com a chama: 295 °C;
- calor latente de fusão do gelo: 336 J/g;
- dimensões da parede e da camada isolante: $2\text{ m} \times 0{,}84\text{ m}$.

A massa de gelo máxima, em kg, que a energia incidente na parede é capaz de fundir em uma hora de experimento é:

a) $1{,}5$
b) $1{,}8$
c) 15
d) 18
e) 20

master Resolve

ASSUNTO: CONDUÇÃO TÉRMICA (LEI DE FOURRIER)

No estado estacionário, temos:

$$\varphi_{parede} = \varphi_{isolante}$$
$$\therefore \frac{k_p \cancel{A}(T_i - T)}{e_p} = \frac{k_i \cancel{A}(T - T_e)}{e_i}$$
$$\therefore \frac{3\cdot(295 - T)}{15} = \frac{0{,}02\cdot(T - 45)}{0{,}4}$$
$$\therefore 295 - T = \frac{T - 45}{4} \Rightarrow T = 245°C$$

A quantidade de calor que incide na parede é dada por:

$$Q = \varphi_{parede}\,\Delta t$$
$$\therefore mL_{fusão} = \varphi_{parede}\,\Delta t$$
$$\therefore mL_{fusão} = \frac{k_p A(T_i - T)}{e_p}\Delta t$$

Substituindo os valores fornecidos, temos:

$$mL_{fusão} = \frac{k_p A(T_i - T)}{e_p}\Delta t$$
$$\therefore m\cdot 336\cdot 10^3 = \frac{3\cdot(2\cdot 0{,}84)(295 - 245)}{15\cdot 10^{-2}}\cdot 3600$$
$$\therefore \boxed{m = 18\text{kg}}$$

Resposta: D.

30ª QUESTÃO

Em uma determinada região esférica do espaço, a distribuição volumétrica de cargas é tal que o campo elétrico em seu interior é o vetor $E(r)\,\hat{u}_r$, onde $\hat{u}_r$ é o vetor unitário na direção radial e $E(r)$, em V/m, é igual a:

$$E(r) = \begin{cases} A\cos\left(\dfrac{3r\pi}{2R}\right) + \dfrac{(2-r)^2}{R} - 1, & 0 \leq r \leq R; \\ 0, & r > R. \end{cases}$$

em que A é uma constante, r é a distância até o centro da esfera e R é o raio da esfera, em metros.

Observação:

- $R < 3$ m.

Com as condições impostas acima, a constante A, em V/m, necessariamente é:

a) -2
b) 2
c) -3
d) 3
e) 0

Assunto: Eletrostática

Como o campo está somente na direção radial, temos uma simetria esférica. Isso implica que:

a) O campo no centro ($r = 0$) deve ser nulo.

$$E(r) = 0 = A + \frac{(2-0)^2}{R} - 1$$

b) Com a outra condição dada pelo enunciando: $r = R$ o campo deve ser nulo também.

$$E(r) = A.0 + \frac{(2-R)^2}{R} - 1 = 0$$

$$(2-R)^2 = R$$

$$R^2 - 5R + 4 = 0$$

$$R = 4m$$

$$R = 1m$$

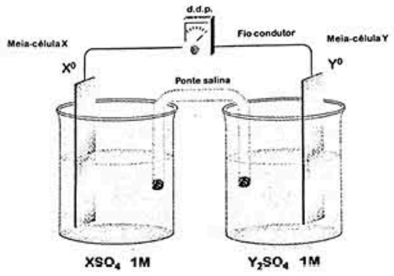
$$R = 4\,m, não\ serve!$$

$$A = -3$$

Resposta: C

31ª QUESTÃO

A figura a seguir mostra esquematicamente um dispositivo eletroquímico composto pelas meias-células X e Y.



Dados: Potenciais-padrão de redução das espécies químicas envolvidas.

$E_X^o = -1{,}85$ V	$E_Y^o = -2{,}93$ V

Com base no esquema eletroquímico apresentado na figura e nos dados fornecidos, analise as proposições a seguir na condição do circuito fechado.

I. A semirreação representada pela equação estequiométrica $X^0 \longrightarrow X^{+2} + 2\,e^-$ é espontânea por ser de oxidação.

II. O fluxo de elétrons ocorre no sentido horário, indo do anodo para catodo.

III. A corrente iônica circula pelos eletrodos e fios metálicos.

IV. O eletrodo da meia-célula X é o catodo onde ocorre reação de redução.

V. As reações eletroquímicas podem ser representadas pelas seguintes equações estequiométricas:

$X^{+2} + 2\,e^- \longrightarrow X^0$

$2\,Y^0 \longrightarrow 2\,Y^+ + 2\,e^-$

A opção que apresenta APENAS afirmativas verdadeiras é:

(A) I e III.
(B) II, III e IV.
(C) I e V.
(D) IV e V.
(E) II e V.

Assunto: ELETROQUÍMICA

Os dois eletrodos se encontram em condições padrão. Logo, já podemos decidir qual é o cátodo (sofre a redução) e qual é o ânodo (sofre a oxidação).

$$E_X^o = -1{,}85\,V > E_Y^o = -2{,}93\,V$$

Logo, o eletrodo X é o cátodo e o Y é o ânodo.

I. (F)
Uma vez que o eletrodo X apresenta maior E°, ele sofre a semirreação de redução: $X^{2+} + 2e^- \rightarrow X$.

II. (F)
O fluxo de elétrons ocorre do ânodo (eletrodo Y) para o cátodo (eletrodo X). O eletrodo Y se encontra à direita e o eletrodo X se encontra à esquerda. Assim, o sentido visualizado é anti-horário.

III.(F)
Os íons circulam no circuito interno (soluções e ponte salina). Ânions migram para o ânodo e cátions migram para o cátodo. No circuito externo (eletrodos e fios metálicos) circulam os elétrons.

IV.(V)
Conforme já mencionado, o eletrodo de maior potencial sofre a semirreação de redução.

V. (V)
As cargas dos cátions pode ser encontrada pela fórmula dos sulfatos (ânion com carga -2):

$XSO_4 = X^{2+} + SO_4^{2-}$

$Y_2SO_4 = 2Y^+ + SO_4^{2-}$

Assim, as semirreações apresentadas estão corretas:

$$X^{2+} + 2e^- \rightarrow X^o$$
$$2Y^o \rightarrow 2Y^+ + 2e^-$$

Resposta: D

32ª QUESTÃO

Uma mistura de um monoácido orgânico e um monoálcool primário, em uma proporção molar 1:2, foi tratada com uma quantidade catalítica de ácido sulfúrico concentrado sob condições de volume e temperatura constantes. Após um período de reação suficientemente longo, em um sistema fechado, foi observado que a reação apresentou uma conversão de 87,5% do monoácido.

Se o mesmo tratamento for aplicado a uma mistura equimolar desses mesmos compostos, a conversão esperada do monoácido e o grupo funcional do produto principal serão:

(A) 67,2%; éster.
(B) 67,2%; éter.
(C) 70,0%; éster.
(D) 70,0%; éter.
(E) 87,5%; éster.

master Resolve

Assunto: Equilíbrio Químico.

$$RCO_2H + ROH \rightarrow RCO_2R + H_2O$$

1º caso:

	RCO_2H	ROH	RCO_2R	H_2O
INÍCIO	C	$2C$	0	0
REAÇÃO	$-\alpha_1 C$	$-\alpha_1 C$	$+\alpha_1 C$	$+\alpha_1 C$
EQUILIBRIO	$C-\alpha_1 C$	$2C-\alpha_1 C$	$\alpha_1 C$	$\alpha_1 C$

$$K_{eq} = \frac{\alpha_1^2 C^2}{(C-\alpha_1 C)(2C-\alpha_1 C)} = \frac{0{,}875^2}{(1-0{,}875)(2-0{,}875)} = \frac{49}{9}$$

No segundo caso, basta outro quadro de equilíbrio,

	RCO_2H	ROH	RCO_2R	H_2O
INÍCIO	C	C	0	0
REAÇÃO	$-\alpha_2 C$	$-\alpha_2 C$	$+\alpha_2 C$	$+\alpha_2 C$
EQUILIBRIO	$C-\alpha_2 C$	$C-\alpha_2 C$	$\alpha_2 C$	$\alpha_2 C$

Como não há variação de temperatura, não há mudança na constante, logo:

$$\frac{49}{9} = \frac{\alpha_2^2}{(1-\alpha_2)^2} \therefore \alpha_2 = 0{,}7$$

Como a reação é de esterificação, há formação de éster.

Resposta: C

33ª QUESTÃO

Para uma solução aquosa contendo sacarose em m kg de água, a diferença entre as temperaturas de ebulição e de congelamento, à pressão de 1 atm, é de ΔT em K. A massa molar da sacarose é M g.mol^{-1} e as constantes ebulioscópica e crioscópica da água são, respectivamente, K_e e K_c, expressas em K.kg.mol^{-1}.

A expressão que indica o valor da massa de sacarose em gramas, na solução, é:

(A) $Mm(\Delta T - 100)/(K_e + K_c)$
(B) $2Mm\Delta T/(K_e + K_c)$
(C) $Mm\Delta T/(K_e - K_c)$
(D) $2Mm(\Delta T - 100)/(K_e - K_c)$
(E) $Mm(\Delta T - 50)/(K_e + K_c)$

Colégio master – Ensina no colégio, educa na vida. **Resolve**

Assunto: COLIGATIVAS

A equação da ebulioscopia é

$$|\Delta T_e| = K_e W = K_e \cdot \frac{n_{sacarose}}{m} \Rightarrow T_e = 100 + K_e \cdot \frac{m_{sacarose}}{mM}$$

Já a equação da crioscopia é:

$$|\Delta T_c| = K_c W = K_c \cdot \frac{n_{sacarose}}{m} \Rightarrow T_c = 0 - K_c \cdot \frac{m_{sacarose}}{mM}$$

Subtraindo as duas equações acima:

$$T_e - T_c = 100 + (K_e + K_c) \cdot \frac{m_{sacarose}}{mM}$$

$$\Rightarrow \Delta T = 100 + (K_e + K_c) \cdot \frac{m_{sacarose}}{mM}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T - 100}{(K_e + K_c)} = \frac{m_{sacarose}}{mM}$$

$$\Rightarrow \frac{(\Delta T - 100)}{(K_e + K_c)} = \frac{m_{sacarose}}{mM}$$

$$\therefore m_{sacarose} = \frac{mM(\Delta T - 100)}{(K_e + K_c)}$$

Resposta: A

34ª QUESTÃO

Uma solução foi preparada com 1800 g de ácido sulfúrico puro e 2000 L de água deionizada, sendo, em seguida, eletrolisada. Uma amostra de 100 mL da solução resultante foi titulada com solução-padrão 0,1 M de hidróxido de sódio, tendo sido necessários 20,4 mL dessa solução para neutralizar a amostra. Considere que a massa específica do ácido sulfúrico vale 1800 $g.L^{-1}$ e que misturas desse ácido em água se comportam idealmente no que se refere ao volume de mistura.

A alternativa que contém o volume aproximado de gás gerado na eletrólise, em m^3, medido nas CNTP, é:

(A) 187,5
(B) 250
(C) 375
(D) 500
(E) Não é gerado gás algum e a solução apenas aquece pela passagem da corrente elétrica.

master Resolve

Assunto: Eletrólise e Titulação

Tem-se as seguintes semirreações, caracterizando a eletrólise da água como reação global:

$$Semirreação \text{ catódica (-): } 2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightarrow H_{2(g)}$$

$$Semirreação \text{ anódica (+): } H_2O_{(l)} \rightarrow \frac{1}{2}O_{2(g)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^-$$

$$Global: \ H_2O_{(l)} \rightarrow H_{2(g)} + \frac{1}{2}O_{2(g)}$$

Ou seja, a concentração de H_2SO_4 aumenta durante a eletrólise.

Inicialmente, tem-se:

$$\frac{1800}{2000+\frac{1800}{1800}} = 0,9g.L^{-1} \Rightarrow \frac{0,9}{98} = 9,18\cdot 10^{-3} mol\cdot L^{-1} \text{ de } H_2SO_4$$

Pela titulação ácido-base:

$$H_2SO_{4(aq)} + 2NaOH_{(aq)} \rightarrow Na_2SO_{4(aq)} + 2H_2O_{(l)}$$

Tem-se:

$$\frac{n_{NaOH}}{n_{H_2SO_4}} = \frac{2}{1} = \frac{0,1\cdot 20,4}{[H_2SO_4]\cdot 100} \Rightarrow [H_2SO_4] = 0,0102 \text{ mol}\cdot L^{-1}$$

Portanto, o volume de água final é:

$$[H_2SO_4] = 0,0102 \text{ mol}\cdot L^{-1} = \frac{\frac{1800}{98}}{V} \Rightarrow V \cong V_{H_2O} = 1800L$$

Logo, tem-se aproximadamente: 2000 - 1800 = 200L de água eletrolisada. Gerando:

$$n_{Gases} = 1,5 n_{H_2O(eletrolisado)} = \frac{200\cdot 10^3}{18}\cdot 1,5 \text{ mol de gases}$$

$$V_{Gases} = \frac{300\cdot 10^3}{18} \text{ mol} \xrightarrow{x22,4\cdot 10^{-3} m^3.mol^{-1}} \cong \boxed{375 \text{ m}^3 \text{ de gases}}$$

Resposta: C.

35ª QUESTÃO

Em todos os seres vivos, as proteínas são um importante grupo de substâncias. Sobre a estrutura das proteínas, analise as afirmativas abaixo.

I. A estrutura primária de uma proteína é a sequência de alfa-aminoácidos, tais como glicina, alanina e citosina, ligados por ligações peptídicas.
II. A estrutura secundária é mantida por ligações de hidrogênio entre os grupos —NH e C=O, próximos entre si, na disposição espacial da proteína.
III. A estrutura terciária é estabilizada por interações hidrofóbicas, hidrofílicas, iônicas e ligações dissulfeto.
IV. A estrutura quaternária refere-se ao arranjo de múltiplas subunidades polipeptídicas que podem, por ação de agentes químicos ou físicos, ser alteradas ou destruídas através do fenômeno conhecido como desnaturação proteica, perdendo sua atividade biológica.
V. As proteínas apresentam estruturas geométricas de vários tipos e podem ser caracterizadas pela produção de colorações, como por exemplo, a reação da proteína da pele com ácido nítrico, formando uma coloração azulada.

A opção que apresenta APENAS afirmativas verdadeiras é:

(A) I e IV.
(B) II e V.
(C) I, II e III.
(D) II, III e IV.
(E) III e V.

COLÉGIO master ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA. **Resolve**

Assunto: Bioquímica.

I. (Errado) Glicina e alanina são aminoácidos, enquanto citosina é uma base nitrogenada.

II. (Correto) A estrutura secundária das proteínas é mantida por ligações de hidrogênio.

III. (Correto) A estrutura terciária pode ser estabilizada por ligações iônicas, ligações intermoleculares hidrofóbicas, pontes dissulfeto e ligações intermoleculares hidrofílicas.

IV. (Correto) A estrutura quaternária é a responsável pela atividade biológica das proteínas que têm mais de uma cadeia polipeptídica. Em uma certa temperatura, pode ocorrer desnaturação.

V. (Falso) A reação que é citada é a reação xantoproteica, que forma uma coloração amarela, e não azulada.

Resposta: D

36ª QUESTÃO

Analise as afirmativas abaixo.

I. A imersão de limalha de ferro em um béquer aberto contendo uma solução de ácido clorídrico provoca a liberação de bolhas de gás. Nesse processo, não há realização nem recebimento de trabalho.

II. Uma solução de ácido iodídrico de concentração igual a $1{,}0 \times 10^{-8}$ $mol.L^{-1}$ tem pH igual a 8.

III. Se dois béqueres, um contendo água pura e o outro contendo uma solução insaturada de sacarose, forem submetidos ao aquecimento, a solução de sacarose ebulirá a uma temperatura constante e superior à temperatura de ebulição da água pura.

IV. Para a reação de combustão completa do gás metano, gerando apenas produtos gasosos, as variações de entalpia e de energia interna têm o mesmo valor.

A única alternativa CORRETA é:

(A) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
(B) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
(C) Apenas a afirmativa III é verdadeira.
(D) Apenas a afirmativa IV é verdadeira.
(E) Todas as afirmativas são falsas.

Assunto: Termodinâmica e Equilíbrio Iônico

(F), a reação libera bolhas de gás hidrogênio, mas na reação há realização de trabalho, na expansão do gás.

$Fe\ (s) + 2HCl\ (aq) \rightarrow FeCl_2\ (aq) + H_2\ (g)$

II. (F), considerando que o ácido está muito diluído e considerando a autoionização da água:

$H_2O\ (l) + H_2O\ (l) \rightarrow H_3O^+\ (aq) + OH^-\ (aq)$

1×10^{-7} $\quad 1 \times 10^{-7}$

$pH = -\log [H_3O^+]$

$pH = -\log (1 \times 10^{-7})$

$pH = 7$

III. (F), a solução de sacarose apresentará variação de temperatura durante a ebulição e temperatura de ebulição superior à da água pura (ebulioscopia).

IV. (V), na combustão do metano a entalpia é igual à energia interna, pois o volume não muda, já que temos o mesmo número de mols de produtos e reagentes gasosos.

$CH_4\ (g) + 2O_2\ (g) \rightarrow CO_2 + 2H_2O\ (g)$

Resposta: D

37ª QUESTÃO

Uma mistura dos sais hidratados $Na_2SO_4 \cdot 10\,H_2O$ e $Na_2CO_3 \cdot 10\,H_2O$, com massa de 602 kg, é aquecida até a temperatura suficiente para a remoção total da água de hidratação. A massa final da mistura de sais anidros é 242 kg.

Dados:

$M_{H_2O} = 18{,}0$ kg.kmol^{-1}	$M_{Na_2SO_4} = 142$ kg.kmol^{-1}	$M_{Na_2CO_3} = 106$ kg.kmol^{-1}

A razão molar Na_2SO_4/Na_2CO_3 entre os sais anidros é:

(A) 1,34
(B) 0,85
(C) 1,13
(D) 1,41
(E) 0,71

master Resolve

Assunto: Cálculo estequiométrico

Na amostra citada, tem-se:

$$m_{Na_2SO_4} + m_{Na_2CO_3} = 242Kg$$

E

$$m_{H_2O}(total) = 602 - 242 = 360kg \therefore n_{H_2O}(total) = \frac{360}{18} = 20\ kmol$$

Como as formas hidratadas de cada sal apresentam 10 moléculas de água por fórmula anidra, tem-se:`

$$10n_{Na_2SO_4} + 10n_{Na_2CO_3} = 20\text{ kmol} \therefore n_{Na_2SO_4} + n_{Na_2CO_3} = 2\text{ kmol}$$

Logo:

$$\begin{cases} 142n_{Na_2SO_4} + 106n_{Na_2CO_3} = 242 \\ n_{Na_2SO_4} + n_{Na_2CO_3} = 2 \end{cases}$$

$$n_{Na_2SO_4} = \frac{5}{6}\text{ kmol e } n_{Na_2CO_3} = \frac{7}{6}\text{ kmol}$$

Sendo:

$$\boxed{\frac{n_{Na_2SO_4}}{n_{Na_2CO_3}} = \frac{5}{7} = 0,71}$$

Resposta: E

38ª QUESTÃO

Óxido de ferro II pode ser reduzido a ferro, tanto por carbono, como por monóxido de carbono, de acordo com o mostrado nas equações 1 e 2:

1. $FeO(s) + C(s) \longrightarrow Fe(s) + CO(g)$
2. $FeO(s) + CO(g) \longrightarrow Fe(s) + CO_2(g)$

Os valores de entalpia de formação e de entropia-padrão das substâncias envolvidas em ambas reações são apresentados na tabela:

	FeO(s)	Fe(s)	C(s)	CO(g)	CO_2(g)
ΔH_f^o (kJ.mol^{-1})	−271,9	0	0	−110,5	−393,5
S^o (J.K^{-1}.mol^{-1})	60,8	27,3	5,7	197,9	213,7

Considere um meio reacional fechado onde ocorrem as duas reações e que os valores acima permanecem constantes na faixa de 298 a 650 K.

A ÚNICA alternativa correta é:

(A) A reação 1 é exotérmica e a reação 2 é endotérmica.
(B) À temperatura aproximada de 627 K, a reação 2 atinge o equilíbrio dinâmico.
(C) À temperatura de 450 K, a reação 1 é fonte de calor para sustentar a reação 2 na proporção molar aproximada de 15 para 1.
(D) À temperatura de 450 K, ambas as reações são espontâneas.
(E) A reação 1 apresenta diminuição de entropia.

COLÉGIO master ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA **Resolve**

Assunto: Termodinâmica Química

Tem-se para a reação 1:

$$1)\ \mathrm{FeO}_{(s)} + C_{(s)} \rightarrow Fe_{(s)} + CO_{(g)}$$
$$\Delta H_R^0 = \sum n\Delta H_f^0(P) - \sum n\Delta H_f^0(R)$$
$$\Delta H_R^0 = (-110,5) - (-271,9) = 161,4 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$\Delta S_R^0 = \sum nS_m^0(P) - \sum nS_m^0(R)$$
$$\Delta S_R^0 = (197,9 + 27,3) - (60,8 + 5,7) = 158,7 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$$

Reação 2:

$$2)\ \mathrm{FeO}_{(s)} + CO_{(g)} \rightarrow Fe_{(s)} + CO_{2(g)}$$
$$\Delta H_R^0 = \sum n\Delta H_f^0(P) - \sum n\Delta H_f^0(R)$$
$$\Delta H_R^0 = (-393,5) - (-110,5 - 271,9) = -11,1 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$\Delta S_R^0 = \sum nS_m^0(P) - \sum nS_m^0(R)$$
$$\Delta S_R^0 = (213,7 + 27,3) - (60,8 + 197,9) = -17,7 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$$

Analisando os itens:

a) Errada. A reação 1 é endotérmica e a reação 2 é exotérmica.

b) Correta. Considerando que a proposição se refere a um estado de equilíbrio nas condições padrão, tem-se para a reação 2:

$$\Delta G_R^0 = \Delta H_R^0 - T\Delta S_R^0$$
$$0 = -11100 - T(-17,7)$$
$$\boxed{T = 627K}$$

c) Errada. A reação 1 é endotérmica não podendo ser fonte de calor.

d) Errada. Reação 1:

$$\Delta G_R^0 = \Delta H_R^0 - T\Delta S_R^0$$
$$\Delta G_R^0 = 161,4 - 450\cdot(0,1587) = 90 \text{ kJ.mol}^{-1}(\textit{Não}\text{ espontânea})$$

Reação 2:

$$\Delta G_R^0 = \Delta H_R^0 - T\Delta S_R^0$$
$$\Delta G_R^0 = -11,1 - 450\cdot(-0,0177) = -3,1 \text{ kJ.mol}^{-1}(\textit{E}\text{spontânea})$$

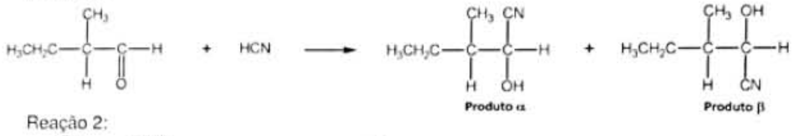
e) Errada. A entropia aumenta conforme cálculo anterior, corroborando com a formação de gás.

Resposta: B

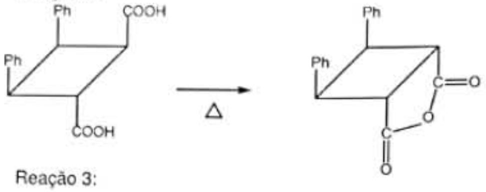
39ª QUESTÃO

Considere as três propostas de reação a seguir.

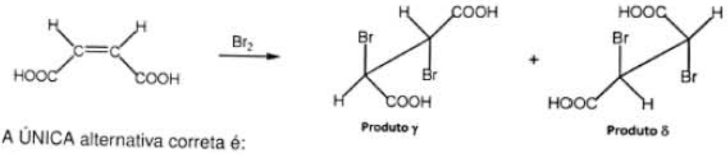
Reação 1:



Reação 2:



Reação 3:



A ÚNICA alternativa correta é:

(A) Na reação 1, a partir de um reagente opticamente ativo, observa-se nos produtos α e β a formação de um novo centro quiral, implicando produtos opticamente inativos por conterem um par quiral dextrogiro, levogiro.

(B) A reação 2 não ocorre.

(C) A reação 2 é uma reação de condensação intramolecular que produz anidrido.

(D) Na reação 3, os produtos γ e δ são representações de um mesmo composto.

(E) Na reação 3 o ácido maleico, isômero geométrico do ácido fumárico, reage com bromo produzindo isômeros meso.

Assunto: Reações Orgânicas

Vamos analisar todos os itens.

(A) Realmente há a formação de um novo centro quiral, mas isso não implica que a rotação específica dos dois centros será a mesma. (FALSO)

(B) A reação (2) não ocorre devido ao desfavorecimento geométrico, os ácidos estão em lados opostos. (VERDADEIRO)

(C) A reação (2), caso ocorresse, seria uma reação de condensação intramolecular, como consideramos que esta não ocorre. (FALSO)

(D) A reação (3) é a bromação trans de um alceno, que formará dois produtos. Note que os produtos são imagens especulares, logo são enantiômeros. (FALSO)

(E) Como dito no ITEM (D), ambos são imagens especulares e não há plano de simetria. (FALSO)

Resposta: B

40ª QUESTÃO

Com relação à série de decaimento radioativo do ${}_{92}U^{238}$ até o ${}_{82}Pb^{206}$, a única alternativa INCORRETA é:

(A) Na emissão de uma partícula α, o ${}_{92}U^{238}$ decai para um elemento ${}_{90}X^{234}$.
(B) Por não ser físsil, o ${}_{92}U^{238}$ não é empregado isoladamente para a geração de energia em reatores nucleares.
(C) Uma partícula α é emitida espontaneamente por certos núcleos de elementos radioativos, com número atômico maior que 82, como urânio, tório, polônio e rádio.
(D) Na emissão de uma partícula α e de duas partículas β, o ${}_{92}U^{238}$ decai para o seu isótopo ${}_{92}U^{234}$.
(E) A distribuição eletrônica do ${}_{82}Pb^{206}$ ($1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6p^2$) garante sua estabilidade nuclear.

COLÉGIO master Resolve
ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA

Assunto: Radioatividade

A) Verdadeira, de acordo com a 1ª lei da radioatividade

${}_{92}^{238}U \rightarrow {}_{2}^{4}\alpha + {}_{90}^{234}X$

B) Verdadeiro, o isótopo do urânio que é físsil é o ${}^{235}U$.

C) Verdadeiro, núcleos com muitos prótons, altos números atômicos, tendem a emitir partículas alfa α.

D) Verdadeiro,

${}_{92}^{238}U \rightarrow {}_{2}^{4}\alpha + {}_{90}^{234}Th$

${}_{90}^{234}Th \rightarrow {}_{-1}^{0}\beta + {}_{91}^{234}Pa$

${}_{91}^{234}Pa \rightarrow {}_{-1}^{0}\beta + {}_{92}^{234}U$

E) Falso, apesar de a distribuição eletrônica do chumbo está correta, ela não garante a estabilidade nuclear, esta depende das partículas presentes no núcleo do átomo.

Resposta: E